

채점에서 풀이로 인정받을 부분을 표시하라(연습한 부분은 답으로 인정하지 않음). 답은 문제 순서와 관계없이 작성할 수 있으나 해당하는 문제 번호를 명확히 표시하라.

(1) (5 점) 함수

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 36} + x - 5 + \sinh^{-1}\left(\frac{x}{6}\right)$$

의 역함수를 $g(x) = f^{-1}(x)$ 라 할때, $g'(1)$ 을 계산하라. (\sinh^{-1} 는 쌍곡함수 \sinh 의 역함수를 의미한다.)

(2) (20 점) 다음 미분방정식의 해를 구하라.

(a) $y' = \frac{x+1}{y^4+1}$ (b) $(x \cos(y) - 2y)y' + x + \sin(y) = 0$

(c) (초기값 문제) $t^2y' + ty - 1 = 0, y(1) = 16$ (d) $6xydx + (4y + 9x^2)dy = 0$

(3) (20 점) 다음 적분을 계산하라.

(a) 정적분 $\int_1^4 \frac{\cosh \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ 의 값을 계산하라.

(b) 특이적분(improper integral)의 정의를 사용하여 $\int_0^6 \frac{dx}{(x-3)^{2/3}}$ 의 값을 계산하라.

(4) (20 점) 다음과 같이 함수 f 를 정의하자.

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

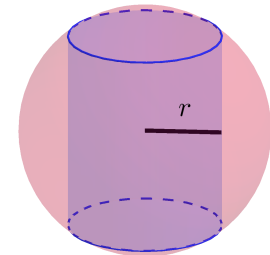
(a) 도함수 f' 이 $x = 0$ 에서 연속인지 판별하고, 이유를 설명하라.

(b) 함수 f 가 극값(local maximum or minimum)을 갖는 x -좌표를 모두 구하고, 극대인지 극소인지 판별하라.

(c) 함수 f 의 모든 변곡점(inflexion point)의 x, y -좌표를 구하라.

(d) 함수 f 의 그래프를 임계점(critical point), 변곡점, 점근선을 포함하여 정확히 그려라.

(5) (10 점) 오른쪽과 같이 반지름이 1인 속이 팍 찬 구(sphere)의 중심을 반지름 r 인 원통형(cylindrical) 칼로 잘라내었다. 자르는 과정의 부피 손실은 없다고 가정할때, 잘려나간 영역과 남은 영역의 부피가 정확히 일치하는 r 의 값을 구하라.



(6) (10 점) 다음 미분방정식의 일반해를 구하라.

$$3(1+x^2) \frac{dy}{dx} = 2xy(y^3 - 1)$$

(7) (15 점) 한 종류의 물고기만 서식하는 외부로부터 고립된 연못을 생각하자. 시간 t 에서의 물고기의 총 개체 수 $P(t)$ 가 로지스틱(Logistic) 모형을 따른다고 가정하자.

(a) 조사에 따르면 연못에 서식할 수 있는 물고기의 최대 개체 수는 10만(마리)이다. 또한 물고기의 개체 수가 5만(마리)에 달했을 때, 시간당 증가하는 물고기 개체 수는 25(마리/시간)이다. 이를 토대로 물고기 개체 수 $P(t)$ 에 대한 미분방정식을 세우라. (미분방정식을 풀지 않아도 된다.)

(b) 위 연못에서 어부가 고기를 낚고 있다. 어부의 시간당 어획량이 현재 연못에 남은 물고기의 수에 비례한다고 가정할때, 비례상수 k 를 사용하여 물고기 개체 수 $P(t)$ 에 대한 새로운 미분방정식을 세우라. (미분방정식을 풀지 않아도 된다.)

(c) (b)에서 구한 미분방정식을 토대로 어부가 아무리 오랫동안 어획하더라도 연못의 물고기가 멸종되지 않기 위한 비례상수 k 의 조건을 구하라.